

**Программа вступительных испытаний в аспирантуру по специальной дисциплине**

**Механика деформируемого твердого тела**

**1 Механика и термодинамика сплошных сред**

1.1. Понятие сплошной среды. Кинематика сплошной среды в переменных Эйлера и Лагранжа. Переход от координат Эйлера к координатам Лагранжа и обратно.

1.2. Деформация сплошной среды. Тензоры деформации Коши-Грина и Альманси, геометрический смысл компонент этих тензоров. Малые деформации и малые вращения среды. Условия совместности деформаций, формулы Чезаро.

1.3. Типы сил в механике сплошной среды: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Теория напряженного состояния, тензоры напряжений Коши и Пиолы-Кирхгофа. Геометрическая интерпретация напряженного состояния: круги Мора. Простейшие виды напряженных состояний.

1.4. Интегральная и дифференциальная форма законов сохранения массы, импульса, момента импульса и энергии.

1.5. Термодинамика сплошной среды. Работа, количество тепла, внутренняя энергия, температура и энтропия термодинамической системы. Первый и второй законы термодинамики.

**2 Теория упругости**

2.1. Упругая деформация твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Закон Гука для изотропного и анизотропного твердого тела. Тензор упругих модулей. Упругие модули изотропного тела, их механический смысл.

2.2. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях. Постановка краевых задач математической теории упругости. Теорема существования и единственности решения. Принцип Сен-Венана.

2.3. Общие теоремы теории упругости и вариационные принципы. Теорема Клапейрона. Теорема Бетти. Теорема о минимуме потенциальной энергии деформаций (вариационный принцип Лагранжа). Теорема о минимуме дополнительной энергии (вариационный принцип Кастильяно).

2.4. Методы решения пространственных задач эластостатики. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор фундаментальных решений Грина. Задача Буссинеска.

2.5. Двумерные задачи эластостатики. Плоская деформация. Обобщенное плоское напряженное состояние. Функции напряжений Эри, краевая задача для функции напряжений. Метод комплексных потенциалов Колосова-Мухелишвили. Примеры решений.

2.6. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Деформация срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория.

2.7. Температурные задачи теории упругости. Закон Дюамеля-Неймана. Система основных уравнений термоупругости. Методы решения задач термоупругости.

2.8. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Типы упругих волн в неограниченной изотропной среде. Плоские гармонические волны.

Коэффициенты отражения и прохождения. Поверхностные волны Рэлея. Волны Лява. Волны в упругом стержне. Собственные частоты упругих тел. Формула Рэлея.

### **3 Теория пластичности**

3.1. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластичности. Дислокации. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса-Чернова.

3.2. Модели идеального упругопластического и жесткопластического тела. Критерий текучести и поверхность текучести в пространстве напряжений. Критерий Треска, критерий Мизеса. Геометрическая интерпретация условий текучести в пространстве главных напряжений.

3.3. Модели упрочняющегося упругопластического и жесткопластического тела. Параметр упрочнения и поверхность нагружения.

3.4. Теория пластического течения. Принцип Мизеса, постулат Друккера. Ассоциированный закон течения. Краевые задачи теории течения.

3.5. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры.

3.6. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное состояние при кручении. Поверхность напряжений как поверхность естественного ската. Аналогия Прандтля-Надаи.

3.7. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Характеристики. Свойства линий скольжения. Задача Прандтля о вдавливании штампа.

3.8. Деформационная теория пластичности Генки-Ильюшина. Метод упругих решений. Задача о толстостенной трубе под действием внутреннего давления.

3.9. Упругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации.

### **4 Теория вязкоупругости и ползучести**

4.1. Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Кельвина-Фойхта. Время релаксации.

4.2. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации.

4.3. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерра, применение интегрального преобразования Лапласа.

4.4. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения.

### **5 Механика разрушения**

5.1. Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Критерии разрушения. Критерии длительной и усталостной прочности. Коэффициент запаса.

5.2. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса. Силовой подход в механике разрушения. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина.

5.3. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Коэффициенты интенсивности напряжений, методы их вычисления и оценки.

5.4. J-интеграл Эшелби-Черепанова-Райса и его инвариантность. Вычисление потока энергии в вершину трещины.

5.5. Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Модель трещины Леонова-Панасюка-Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций.

## **6 Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела**

6.1. Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей дифференциальных уравнений теории упругости.

6.2. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Рэлея-Ритца и Бубнова-Галеркина в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии.

6.3. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов.

6.4. Формула Соммильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов).

6.5. Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область влияния и область зависимости решения гиперболической краевой задачи.

6.6. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.

## **Основная литература:**

1 Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В. Нелинейная механика разрушения. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001

2 Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998

3 Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977

4 Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978

5 Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П.

Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976

6 Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002

7 Ивлев Д. Д. Механика пластических сред: Т. 1 Теория идеальной пластичности. М.: Физматлит, 2001

8 Ивлев Д. Д. Механика пластических сред: Т. 2 Общие вопросы. Жесткопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. М.: Физматлит, 2002

9 Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. М.: Физматлит, 2001

10 Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974

11 Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975

12 Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985

13 Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979

14 Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987

15 Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. М.: Наука, 1997

16 Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2-х томах. Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2004

17 Селиванов В. В. Прикладная механика сплошных сред. В 3 томах. Том 2: Механика разрушения деформируемого тела. Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006

### **Дополнительная литература**

1 Амензаде Ю.А. Теория упругости. Учебник для университетов. Изд-во 3-е, доп. М.: Высшая школа, 1974

2 Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982

3 Бурого Н. Г. Вычислительная механика. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007

4 Годунов С. К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979

5 Горшков А. Г., Медведский А. Л., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Волны в сплошных средах. М.: Физматлит, 2004

6 Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989

7 Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990

8 Ключников В. Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1979

9 Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974

10 Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001

11 Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980

12 Мосолов П. П., Мясников В. П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981

13 Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966

14 Новацкий В. К. Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978

15 Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966

16 Садовский В. М. Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред. М.: Физматлит, 1997

17 Садовский В. М. Методы решения вариационных задач механики. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998

18 Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989

19 Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979

20 Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1965

21 Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975

22 Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974